

IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DA ZONAS PARA O CÁLCULO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR RADIATIVA EM SUPERFÍCIES COMPLEXAS

Gleyzer Martins (Universidade Federal de Uberlândia) E-mail: gmartins@ufu.br
Enio Pedone Bandarra Filho (Universidade Federal de Uberlândia) E-mail: bandarra@ufu.br
Oscar Saul Hernandez Mendoza (Universidade Federal de Uberlândia) E-mail: oscarshm5@gmail.com

Resumo: O método das zonas desenvolvido inicialmente por Hottel e seu colaboradores realiza o balanço de energia entre os elementos das zonas, que podem ser superfícies e/ou volumes de gases, sendo considerado uma referência para o cálculo da transferência de calor radiativa em cavidades. Neste trabalho foi implementado o método da zona para superfícies complexas e validado com os resultados para uma cavidade cilíndrica e um bocal sino-senoidal com paredes e meios isotérmicas e com coeficientes de absorção constante. O código desenvolvido também foi aplicada para uma câmara de combustão com perfil de temperatura variável e coeficientes de absorção dos gases modelados pelo modelo das somas ponderadas de gases cinzas.

Palavras-chave: Modelo das Somas Ponderadas de Gases Cinzas, Coeficientes de Absorção, Bocal Sino-senoidal.

ZONE METHOD IMPLEMENTATION FOR CALCULATING RADIATIVE HEAT TRANSFER ON COMPLEX SURFACES

Abstract: The zone method initially developed by Hottel and collaborators performs the energy balance between the zones elements, which may be surfaces and/or gas volumes, being considered as a reference for calculating radiative heat transfer in cavities. In this work the zone method was implemented for complex surfaces and validated with the results for a cylindrical cavity and a sino-sinusoidal nozzle with isothermal walls and media and with constant absorption coefficients. The developed code was also applied to a combustion chamber with variable temperature profile and gases absorption coefficients modeled by the weighted sums of gray gases.

Keywords: Weighted Sums of Gray Gases Model, Absorption Coefficients, Sino-Sinusoidal Nozzle.

1. Introdução

Para a modelagem da transferência de calor radiativa em fornalhas é necessário a modelagem das propriedades radiativas dos gases participantes e a solução da equação de transferência radiativa, RTE, com destaque para os trabalhos de Silva (2005), Maurente (2008) e Carvalho e Farias (1998) que abordaram a solução da transferência de calor radiativa em fornalhas. A implementação de métodos para cavidades complexas na literatura, de maneira geral, aborda problemas teóricos mais simples empregando métodos como: ordenadas discretas como realizado por Chai (1994) e Chai e Rath (2006); método de volumes finitos como realizados por Byun et al (2004) e Kim (2008); método de transferência discreta como implementado por Talukdar (2006), método de Monte Carlo desenvolvido por Baek et al (2000) e até mesmo o método da zona associado com método de Monte Carlo para determinar as áreas de troca diretas em superfícies com obstáculo, ver Coelho et al (1998).

A implementação da transferência de calor radiativa em fornalhas complexas, tais como a transferência de calor em fornalhas corrugadas de geradores flamatubular, são descritas por Martins et al (2016) que realizou a otimização das superfícies corrugadas empregando o método de volumes finitos. Byun et al (2003) desenvolveu o

método de volumes finitos para a geometria da fornalha bidimensional de um incinerador empregando os métodos de fronteira bloqueada e fronteira embutida para o tratamento dos volumes de controle.

Neste trabalho foi proposto o desenvolvimento e a implementação do método das zonas para cavidades complexas com tratamento das superfícies sombreadas que reduzem a abrangência das área de trocas diretas. O código desenvolvido foi validado para uma cavidade cilíndrica e um bocal sino-senoidal com paredes e meios isotérmicas e com coeficientes de absorção constante, conforme estabelecido por Kim e Baek (2005) e Kim e Baek (1998). O método também foi utilizado para câmara de combustão com o perfil de temperatura variável como definido por Centeno (2014) utilizando o modelo de somas ponderadas de gases cinza para modelar o efeito do meio participante.

2. Método da Zona

O método da zona foi inicialmente estabelecido por Hottel e seus colaboradores, apresentado em Hottel and Sarofim (1976) e é fundamentado na divisão do volume de gás e da superfície de troca de calor em elementos isotérmicos de forma a contabilizar a transferência de calor dos elementos isotérmicos através das áreas de troca direta estabelecidas entre o volume e a superfície, entre a superfície e a superfície e entre o volume e o volume, ver Fig.1.

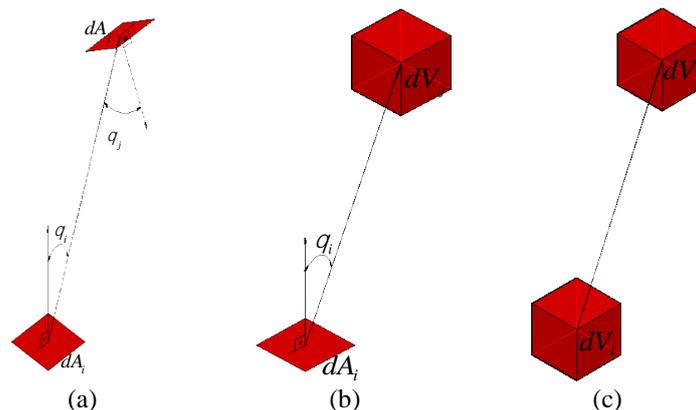


Figura 1 - Área de troca direta entre superfícies e superfícies (a), entre superfícies e volumes (b) e entre volumes e volumes (c).

O método foi desenvolvido para a transferência de calor em meios absorvedores, emissores e sem espalhamento para gases cinza com coeficientes de absorção constantes, em seguida foi estendido para meios absorvedores, emissores e com espalhamento isotrópico com gases não cinza. Utilizando o modelo de soma ponderada de gases cinza para modelar o efeito espectral do coeficiente de absorção.

Sendo assim, pode-se determinar a área de troca direta entre os elementos de superfície, Fig. 1 (a), por:

$$s_i s_j = \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} e^{-\kappa \cdot r} dA_i dA_j \quad (1)$$

Assim como a área de troca direta entre os elementos de volumes, Fig. 1(c), na forma:

$$g_i g_j = \int_{V_j} \int_{V_i} \frac{\kappa_i \cdot \kappa_j}{\pi \cdot r^2} e^{-\kappa \cdot r} dV_i dV_j \quad (2)$$

De maneira análoga pode-se estabelecer a área de troca direta entre os elementos de volume e de superfície, Fig. 1(b):

$$g_i s_j = \int_{A_j} \int_{V_i} \frac{\kappa_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} e^{-\kappa \cdot r} dV_i dA_j \quad (3)$$

Para determinar as integrais das áreas de troca direta na superfície complexas realizou a integração direta geral de acordo com a equação

$$d_i d_j = \sum_{ddj} \sum_{ddi} \frac{\cos(\theta_i)^{ctr_i} \cdot \cos(\theta_j)^{ctr_j} \cdot \kappa_i^{1-ctr_i} \cdot \kappa_j^{1-ctr_j} \cdot e^{-\kappa \cdot r_{ij}}}{\pi \cdot r_{ij}^2} \delta dd_i \delta dd_j \quad (4)$$

Em que d_i e d_j são as áreas de troca direta, $s_i s_j$, $g_i s_j$ e $g_i g_j$; os termos dd_i e dd_j são os elementos das zonas de trocas, ou seja A_i ou V_i e ctr é uma variável de controle de forma que $ctr=1$ avalia-se as trocas entre as áreas e $ctr=0$ avalia-se a troca entre volumes.

Para modelagem das geometrias das superfícies complexas empregou-se a interpolação por spline cúbica que consistem em aproximar um conjunto de polinômios cúbicos aos pontos de referência. Sendo que os efeitos das trocas de radiações na malha numérica de integração das áreas de troca direta podem apresentar-se em três condições para superfícies complexas sombreadas, ver Fig. 2

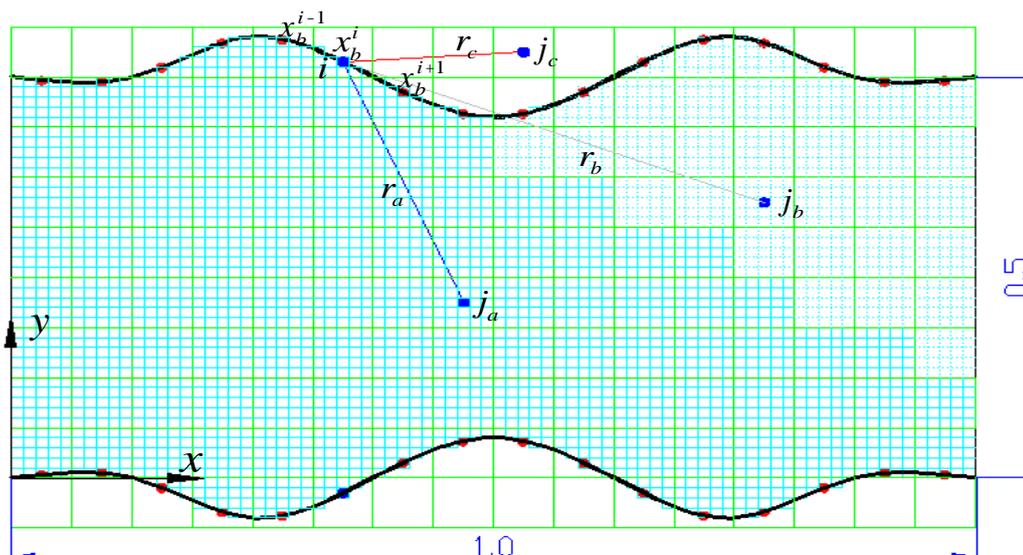


Figura 2 – Esquema da determinação das áreas sombreadas para fornalha plana.

Fonte: Martins (2014)

- Primeira condição: a malha está no interior do volume de gases participantes e faz parte da solução das trocas de radiação, ponto *a* na Fig. 2;
- Segunda condição: a malha está no interior do volume de gases participantes, mas não faz parte da solução das trocas radiativas, regiões sombreadas representada pelo ponto *b* na Fig. 2;
- Terceira condição: a malha está externa aos volumes de gases e também não participa da solução, ponto *c* na Fig. 2, e

Essa representação das superfícies complexas utiliza a técnica de superfícies de bloqueio, apesar de esta técnica ser aplicada na literatura para os métodos de ordenadas discretas e volumes finitos.

A metodologia de determinação das áreas sombreadas pelo campo de irradiação consiste em determinar a tangente limite à superfície complexa em relação um ponto *i*, baseada nessa tangente limite defini-se os volumes ou as superfícies participantes. O fluxograma da Fig. 3 demonstra a implementação realizada para cálculo das áreas de trocas diretas para superfícies sombreadas para o método das zonas.

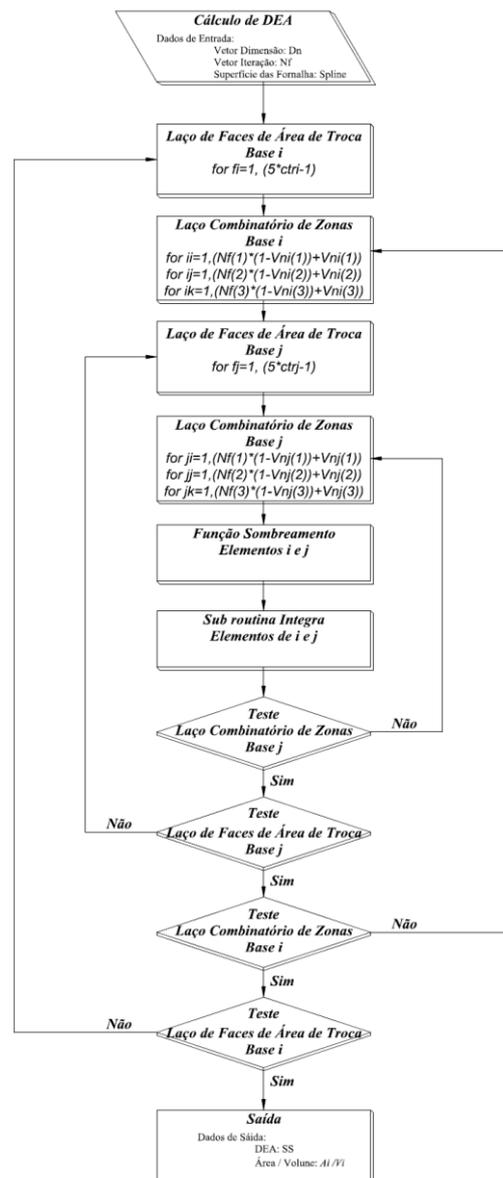


Figura 3 - Fluxograma da Sub-rotina de Área de Troca Direta
Fonte: Martins (2014)

Para contabilizar os efeitos das múltiplas reflexões e da emissão entre as superfícies dos gases utiliza-se a área de troca total, através da representação matricial, conforme e Noble (1975) e Rhine e Tucker (1991), na forma:

$$\overline{SS} = \varepsilon \mathbf{AI} \cdot \mathbf{R} (\overline{ss} - \omega_0 \mathbf{L}) \cdot \varepsilon \mathbf{I} \quad (5-a)$$

$$\overline{SG} = \overline{GS}^T = (1 - \omega_0) \varepsilon \mathbf{AI} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{K} \quad (5-b)$$

$$\overline{GG} = (1 - \omega_0)^2 4\beta \cdot \mathbf{VI} \cdot \mathbf{P} \cdot \overline{gg} + (1 - \omega_0)^2 \mathbf{K}^T \cdot \rho \mathbf{I} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{K} \quad (5-c)$$

Em que β é o coeficiente de extinção total, ω_0 e ε são respectivamente o albedo para o espalhamento e emissividade hemisférica, \mathbf{AI} e \mathbf{VI} são as matrizes diagonais para área e para o volume, \mathbf{R} e \mathbf{P} são as matrizes inversas .

Entretanto, para contabilizar os efeitos espectrais nas propriedades radiativas emprega-se o modelo das soma ponderada de gases cinza conforme estabelecido por Hottel e Sarofim (1976), dadas pela Eq. 6, definindo as Áreas de Fluxo Direto.

$$\overline{S_i S_j} = \sum_{n=1}^{N_g} a_{s,n}(T_i) (\overline{S_i S_j})_{K=K_n} \quad (6-a)$$

$$\overline{S_i G_j} = \sum_{n=1}^{N_g} a_{s,n}(T_i) (\overline{S_i G_j})_{K=K_n} \quad (6-b)$$

$$\overline{G_i S_j} = \sum_{n=1}^{N_g} a_{g,n}(T_i) (\overline{G_i S_j})_{K=K_n} \quad (6-c)$$

$$\overline{G_i G_j} = \sum_{n=1}^{N_g} a_{g,n}(T_i) (\overline{G_i G_j})_{K=K_n} \quad (6-d)$$

Em que $a_{s,n}(T_i)$ e $a_{g,n}(T_i)$ são os pesos de cada gás cinza que são funções das respectivas temperaturas dos elementos de superfície e de volume. Os pesos geralmente são funções polinomiais da temperatura de primeiro ou quarto grau.

Baseado nas Áreas de Fluxo Direto e pelos balanços de troca de calor radiativo entre os elementos das zonas definem-se a taxa de transferência de calor radiativo na superfície Eq.7 - a) e o gradiente da taxa de transferência de calor no volume de maneira similar a Eq. 7 - b).

$$\dot{Q}_s = \varepsilon \mathbf{AI} \cdot E - \sum_{j=1}^m \overline{SS} \cdot E + \sum_{j=1}^l \overline{SG} \cdot E_g \quad (7-a)$$

$$\dot{Q}_g = \sum_{j=1}^m \overline{GS} \cdot E + \sum_{j=1}^l \overline{GG} \cdot E_g - 4K\mathbf{VI} \cdot E_g \quad (7-b)$$

Em que m e l são respectivamente o número de elementos de superfícies e de volumes. Indicando assim que, a taxa de transferência de calor radiativa em um dado elemento de superfície ou de volume representa a contribuição de todas as trocas radiativas dos elementos das zonas. A sub-rotina de cálculo do balanço de energia está mostrada na Fig. 4.

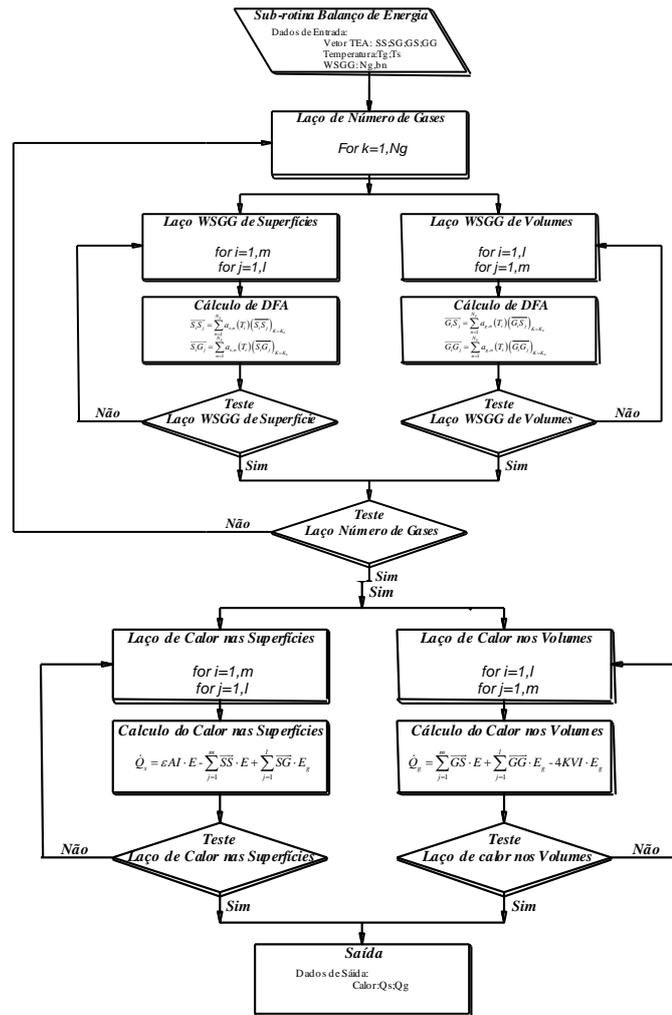


Figura 4 – Fluxograma da Sub-rotina de Balanço de Energia.

Fonte: Martins (2014)

3. Resultados e Discussões

Para validação da metodologia implementada empregou-se três análises:

- Uma fornalha radial de raio unitário e comprimento de 2m, considerando um meio absorvedor e emissor sem espalhamento à temperatura de 100K com três diferentes coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m⁻¹ para paredes negras e frias;
- Um bocal sino-senoidal com os raios definido pela Eq. (8) e o comprimento de z_c=4m, considerando um meio absorvedor e emissor à temperatura de 100K com três diferentes coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m⁻¹ para paredes negras e frias;

$$\frac{r}{z_c} = \frac{1}{4} \cdot \left[1 + \text{sen} \left(\frac{\pi \cdot z}{2 \cdot z_c} \right) \right] \tag{8}$$

- Uma câmara de combustão cilíndrica para o escoamento em combustão com 1,7 m de comprimento e 0,5m de diâmetro, conforme estabelecido por Silva (2005), com meio homogêneo absorvedor e emissor sem espalhamento com composição de 10% de CO₂ e 20% de H₂O.

Os resultados da análise da fornalha radial com superfície cilíndrica modeladas por spline estão mostrados pelo fluxo de calor adimensional e comparados com os obtidos Kim e Baek (2005), conforme mostra a Fig. 5.

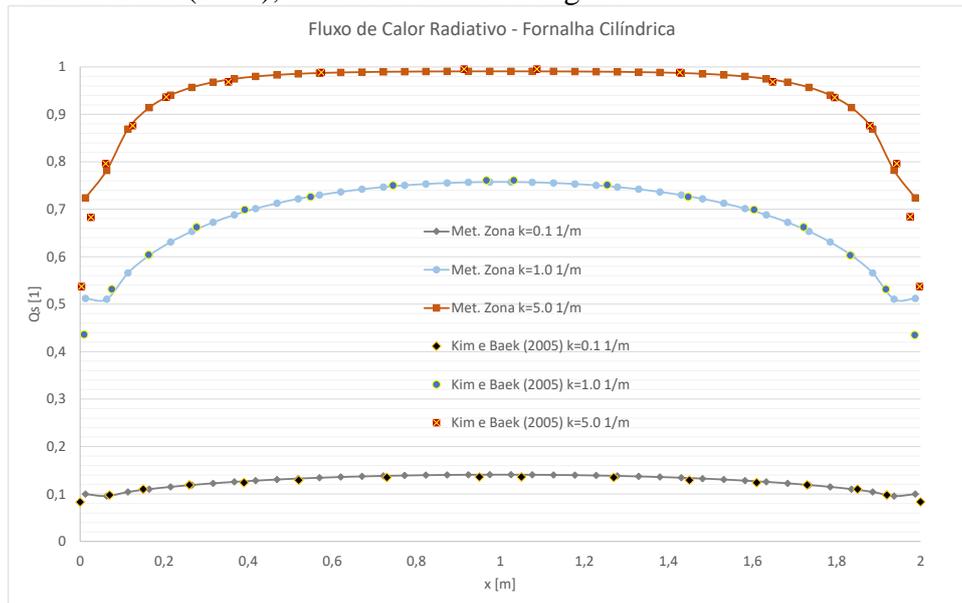


Figura 5 - Transferência de calor radiativa na parede cilíndrica da fornalha radial para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m⁻¹.

A figura 5 mostra que o método da zona foi capaz de modelar a transferência de calor radiativa na fornalha, com exceção das extremidades da fornalha, cuja a diferença está associado a descontinuidade da Eq. (4) para as áreas de troca direta.

Para o bocal sino-senoidal a superfície também foi modelada por spline e os resultados obtido pela metodologia estão comparados com os obtidos Kim e Baek (1998) na Fig. 6.

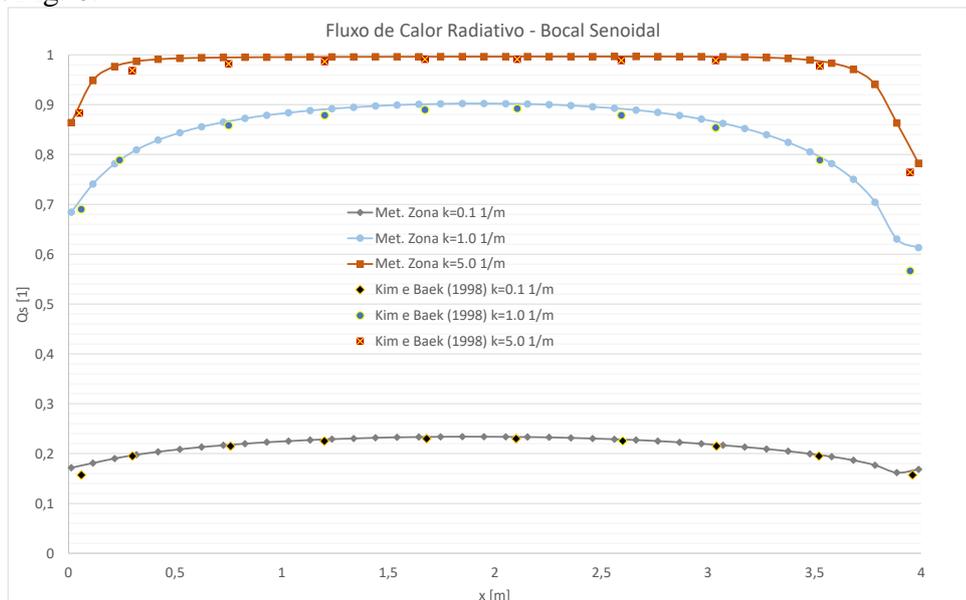


Figura 6 - Transferência de calor radiativa na parede cilíndrica da fornalha radial para três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m⁻¹.

A figura 6 mostra que foi possível representar a transferência de calor radiativa adimensional ao longo do bocal senoidal para os diferentes coeficientes de absorção dos

gases, principalmente na porção central do bocal com erros menores que 1% para o método das zonas

Para a câmara de combustão cilíndrica modelada por Silva (2005) e Centeno (2014), conforme mostrado na figura 7.

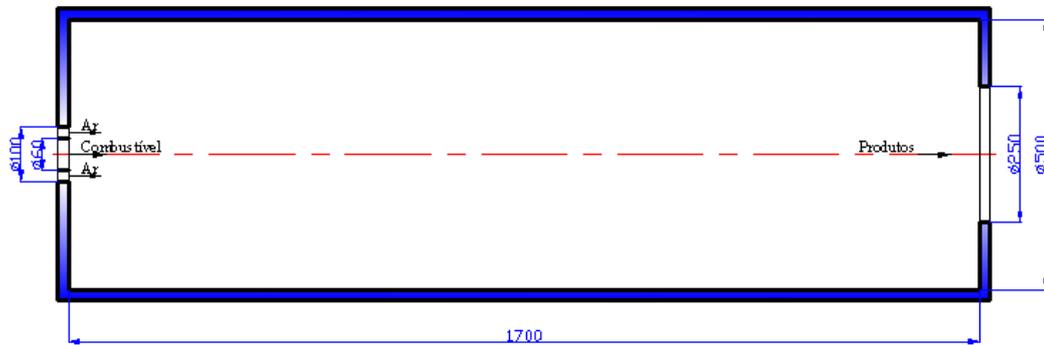


Figura 7 - Fornalha cilíndrica com queimador concêntrico.

Fonte: Adaptado de Silva (2005).

Centeno (2014) empregou a técnica de dinâmica dos fluidos computacional com a resolução pelo método de volumes finitos, com a modelagem da turbulência das equações médias de Reynolds transiente $k-\epsilon$ e o modelo de combustão Eddy Breakup-Arrheniu obtendo o perfil de temperatura mostrado na figura 8.

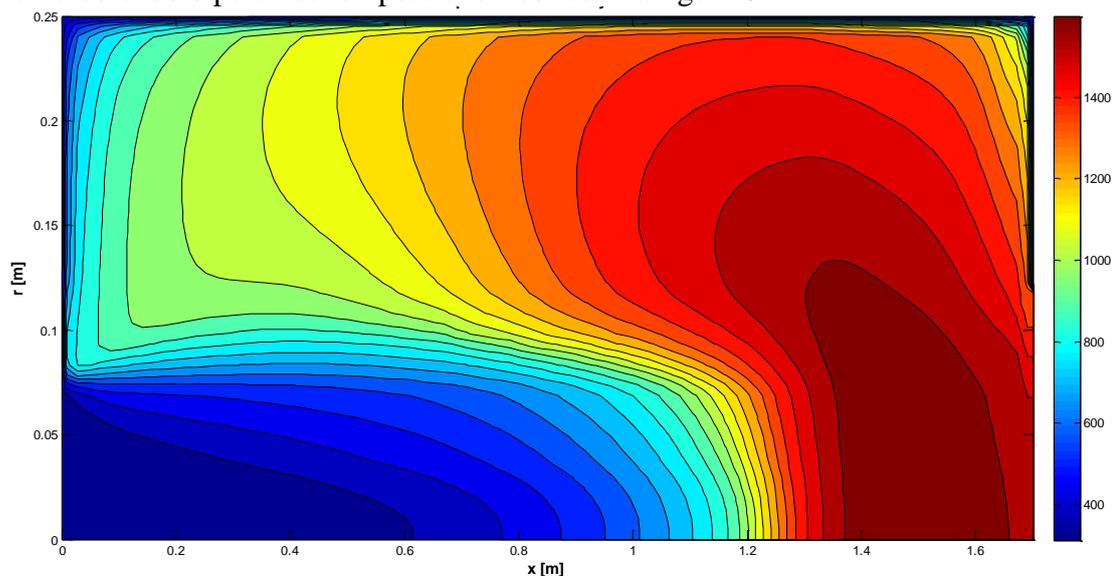


Figura 8 - Perfil de Temperatura.

Fonte: Adaptado de Centeno (2014).

A temperatura da parede cilíndrica foi definida de 393,15K e a temperatura na saída de 300K. O meio participante é composto por dois gases o CO_2 com composição de 10% e o vapor de água com composição de 20%, para a modelagem das propriedades radiativas do gás empregou-se o modelo de somas ponderadas de gases cinza com os parâmetros de Smith et al (1982). Os resultados comparativos do fluxo de calor radiativo nas paredes cilíndricas obtidos pelo método de volumes finitos com os dados obtidos por Silva (2005) estão mostrados na fig. 9.

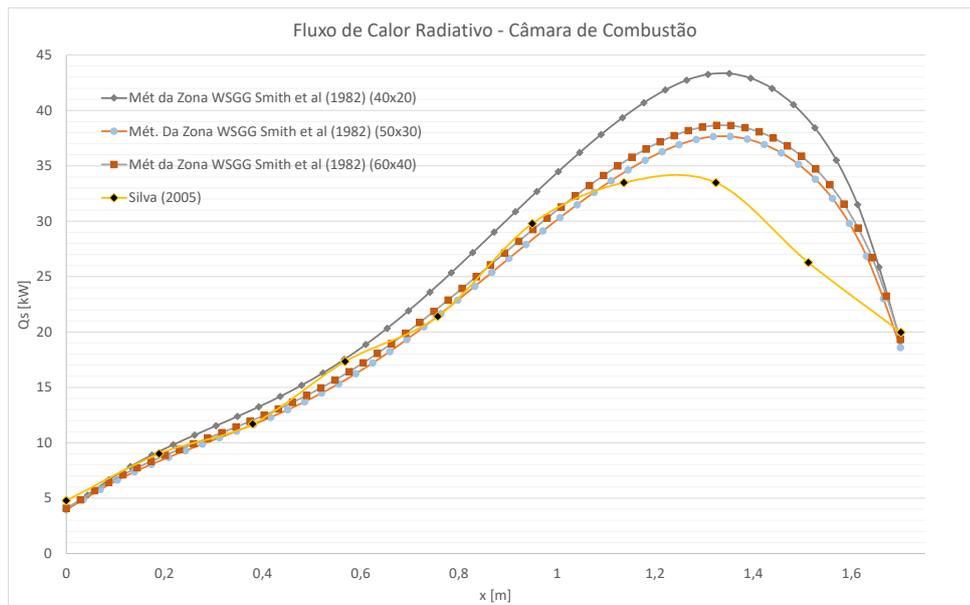


Figura 9 - Fluxo de Calor Radiativo nas paredes da fornalha cilíndrica.

A figura 9 evidencia que o método conseguiu modelar o fluxo de calor radiativo de maneira satisfatória para a região de temperaturas mais baixas na entrada e na saída, entretanto na região de altas temperaturas, os parâmetros do coeficiente Smith et al (1982) super estimou a transferência de calor, provavelmente associado os efeitos das altas temperaturas. A figura 9 mostra também a importância do refinamento da malha, em que a curva de maior discrepância possui uma malha com 40 divisões em x e 20 divisões em y

4. Conclusões

Neste trabalho foi demonstrada a implementação e a validação do método de transferência de calor radiativa em fornalhas cilíndricas, bocais sino-senoidais e em câmara de combustão cilíndricas empregando o mesmo código computacional do método das zonas mudando o ajuste dos pontos da spline e o modelo para contabilizar os coeficientes de absorção.

Os resultados para superfícies complexas isotérmica apresentou resultados satisfatórios indicando a boa adequação do código a variação para superfícies complexas.

Para a câmara de combustão com perfil de temperatura variável a modelagem apresentou resultados satisfatórios para as baixas temperaturas, com diferença significativa para região de alta temperatura, o que pode ser associado ao efeito das temperaturas nos coeficientes da soma ponderada de gases cinzas.

Agradecimentos

Agradeço ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia e a Faculdade de Ciência Integradas do Pontal.

Referências

- BAEK, S. W. B., D.Y.; KANG, S.J.** *The combined Monte-Carlo and Finite-volume method for radiation in a two-dimensional irregular geometry.* International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 43, p. 2337-2344, 2000 2000.
- BYUN, D. L. C. B., S.W., .** *Radiative heat transfer in discretely heated irregular geometry with an absorbing, emitting, and anisotropically scattering medium using combined Monte-Carlo and finite volume method.* International Journal of Heat and Mass Transfer v. 47, p. 4195–4203, 2004 2004.
- CARVALHO, M. G. F., T. L. .** *Modelling of Heat Transfer in Radiating and Combusting Systems.* Trans IChemE, v. 76, 1998.
- CENTENO, F., R.,.** *Modelagem da Radiação Térmica em Chamas Turbulentas da Combustão de Metano em Ar.* SUL, P. D. P.-G. E. E. M. D. U. F. D. R. G. D. Porto Alegre: 204 p. 2014.
- CHAI, J. C.** *Treatment of Irregular Geometries Using a Cartesian Coordinates Finite-Volume Radiation Heat Transfer Procedure.* Numerical Heat Transfer Journal April 1994 1994.
- CHAI, J. C., RATH,P.** *Discrete-Ordinates and Finite-Volume Methods for Radiation Heat Transfer.* Treatment of Thermal Radiation in Heat Transfer Problems, p. 15, 2006 2006.
- COELHO, P. J. G., J. M. ; CARVALHO, M. G.; TRIVIC, D. N. .** *Modelling of radiative heat transfer in enclosures with obstacles* Heat Mass Transfer, v. 41, p. 745-156, 1998.
- Hottel, H., Sarofim, A (1976).** *Radiative Transfer.* New York, McGraw-Hill.
- KIM, M. Y., BAEK,S. W. .** *Modeling of Radiative Heat Transfer in An Axisymmetric Cylindrical Enclosure With Participating Medium.* Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, v. 90, p. 12, 2005 2005.
- KIM, M. Y., BAEK,S.W.** *Radiative Heat Transfer in a Body-Fitted Axisymmetric Cylindrical Enclosure.* Journal of Thermophysics and Heat Transfer, v. 12, p. 4, 2005 1998.
- KIM, Y. M.** *Assessment of the axisymmetric radiative heat transfer in a cylindrical enclosure with the finite volume method.* International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 51 (2008), p. 5144–5153, 2008 2008.
- MARTINS, G.** *Avaliação e Otimização da Transferência de Calor Radiativa em Fornalhas Corrugadas de Geradores Vapor Fogotubular.* 2014. 160 p. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, MG, Brasil.
- MARTINS, G., MENDOZA, O.S.H., AMJAD, M., BANDARRA FILHO, E.P.** *Geometric optimization of radiative heat transfer on surfaces of corrugated furnaces.* Applied Thermal Engineering, Volume 104, 5 July 2016, Pages 344-357
- MAURENTE A.; VIELMO, H. A. F., F.H.R. .** *Comparison of the standard weighted-sum-of-gray-gases with the absorption-line blackbody distribution function for the computation of radiative heat transfer in H₂O/CO₂ mixtures.* Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, v. 109, p. 1758–1770, 2008.
- NOBLE J., J.** *The Zone Method: Explicit Matrix Relations for Total Exchange Areas.* Heat Mass Transfer, v. 18, p. 261-269, 1975.
- SILVA, C. V.** *Simulação Numérica da Combustão Turbulenta de Gás Natural em Câmara Cilíndrica.* 2005. 244 (Doutorado). Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- SMITH, T. F., SHEN, Z.F., FRIEDMAN, J.N.** *Evaluation of Coefficients for The Weighted Sum of Gray Gases Model.* Heat Transfer, 1982.
- RHINE, J. M., TUCKER, R.J.,.** *Modelling of Gas-Fired Furnaces and Boilers.* London: McGraw-Hill, 1991.
- TALUKDAR, P.** *Discrete transfer method with the concept of blocked-off region for irregular geometries.* Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer v. 98, p. 238–248, 2006 2006.